ャル渦度の保存式（式の具体的な形は，上記のPedlosky の教科書を参照）において，卓越する非線形項が分散項と同じ orderになる条件を調べればよい。(3) の条件も，ポテンシャル渦度の保存式を用いて，同様に調べることができる。

このようにして調べてみた結果，β平面浅水モデルの場合，いかなる基本場の条件（$\hat{\varepsilon}$，$\hat{\beta}$，$\hat{s}$）の下［ただし，$\hat{\varepsilon}\lesssim 1$，$\hat{\beta}\lesssim 1$］であっても，波の振幅$\varepsilon$が適当な大きさ以下であり，東西・南北比$r$が$\varepsilon$で決定されるorder をもちさえすれば，KdV型 Rossby soliton は，いつでも可能であることが示された。これは，地球流体系において，soliton のモデルが普遍性をもったものであることを暗示している（もちろん，単純な浅水モデルが用いられているので，現実の現象に適用するためには，より詳細な検討が必要であるが,）。また，それまで個々別々に行なわれてきたKdV型 Rossby soliton のモデルどうしの関係を明らかにすることができた。さらに，興味深い点として，今までのモデルは，東西に横長（$r\ll 1$）の孤立波の場合に限られていたが，適当な条件の下では，南北に縦長（$r\gg 1$）のRossby soliton も可能であることが示された。

［補記］　くわしい内容と結果については，辻村　豊氏（気象大学校）との共著で，*Dynamics of Atmospheres and Oceans* に投稿中なので，それを御覧いただきたい。また，地球流体における soliton 一般については，近く，日本気象学会から出版される気象研究ノート「惑星大気」で，辻村　豊氏による解説が載せられる予定である。

不安定系とソリトン過程

九大・応力研　矢　嶋　信　男

不安定な系でソリトンはどのようにふるまうであろうか。ここでは，一つの例として，プラズマ内に電子ビームを入射する場合を考えてみよう。ラングミュア振動数をω_0，ビーム速度をVとすると

$$kV \simeq \omega_0$$

の波数kを持った波は不安定となる。Vが電子の熱速度にくらべて十分大きければ，励起される波の波長は十分長い。いっぽう，このような長波長のラングミュア波はポンダロモテイブ力

の作用によって変調不安定性をひきおこす。その結果，１次元系ではソリトンを生じ，３次元系のときにはcollapseにいたる。それでは，このようなソリトンもしくはコラツプス過程は，電子ビームで励起された波でも期待されるであろうか。じっさいにWong達は電子ビームによって励起された大振幅の高周波波動の空間構造を見出している。しかし，ビーム系の分散関係は非ビーム系のものと異なっているので，Wong達の見出したものを，そのまゝLangmuir collapse に対応させることはできない。いったいビーム系ではどんなソリトン過程が生じるのであろうか。

こゝで考えている系では，通常の電子プラズマ振動の他にビームの固有振動を含むので，４個の振動モードが存在する。此のうち，３個のモードが強く結合している。Eを高周波電場の複素振幅とし，n をビーム密度の変動部分とすると，電子ビーム系でのソリトン過程をあらわす式は

$$\left.\begin{aligned} & i\frac{\partial E}{\partial t} - (1-|E|^2)\,E + \frac{\partial^2}{\partial x^2}\,E = -\alpha\, n \\ & \left(\frac{\partial}{\partial t} + V\frac{\partial}{\partial x}\right)^2 n = E \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

と書くことができる。αはビームとプラズマの密度比である。$\alpha=0$のときには，当然のことながら，非線形Schrödinger方程式となる。

(1) を線形解析からわかるように，波数k が

$$k < k_c = (1 + 3\,Q/2\,)/V \qquad (2)$$

を満足すれば，この平面波は不安定である。この不安定波の非線形成長をしらべるために，$V \gg 1$，$Q \ll 1$の場合を考えてみる。このとき，成長率は十分小さく，関与する波の波長は十分長い。臨界点 $k = k_c$の近傍で逓減摂動法を用いると，(1) は

$$\begin{aligned} & i\left(\frac{\partial}{\partial t} + \kappa\frac{\partial}{\partial x}\right)\phi + \delta^2\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} \\ & \qquad + \{\mu|\phi|^2 + \nu|\psi|^2\}\,\phi = 0 \end{aligned} \qquad (3)$$

$$i\frac{\partial\psi}{\partial x} - \sigma\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} - \{\rho|\phi|^2 + \lambda|\psi|^2\}\,\psi = 0 \qquad (4)$$

と近似できる。ϕ は安定な 高周波波動をあらわしているが，いっぽうψは電子ビームの影響によるもので成長モードをあらわしている。すなわち，(4) で非線形項を無視すれば，

$$\psi \sim e^{i(px-\omega t)}, \quad \omega = \pm\sqrt{p/\sigma} \tag{5}$$

を得るので，$p<0$のときにψは不安定解を与えている。これは，(1)で臨界波数k_cより小さな波数の波が不安定であったことと関係している。

$\phi=0$とすれば(4)は容易に解けて，$p<0$なる平面波に対して

$$\left.\begin{aligned}
&\psi = A e^{i(px-\omega t)} \operatorname{sech}\left[Kx-\Omega(t-t_0)\right] \\
&p/K = \sinh\theta \ , \quad A = \sqrt{2\sigma/\lambda}\,\Omega \\
&\Omega = \sqrt{K/2\sigma}\ e^{-\theta/2} \ , \quad \omega = \sqrt{K/2\sigma}\ e^{\theta/2}
\end{aligned}\right\} \tag{6}$$

を得る。こゝで$p\,(<0)$を固定して$K\to 0$として，

$$K\ e^{-\theta} = -2p$$

に注意すれば

$$\psi = \sqrt{\frac{2\,|\,p\,|}{\lambda}}\ e^{ipx} \operatorname{sech}\left(\sqrt{\frac{|p|}{\sigma}}\,(t-t_0)\right) \tag{7}$$

となる。これは$t\to\pm\infty$で線形解(5)につながる。(6)からわかるように，不安定波動は時空的にソリトン構造を持ち得る。実際にこのような傾向は，(1)を数値積分することによって，じっさいに確かめることができる。

ψ場とϕ場の結合したソリトンや，(1)を多次元化したときのcollapse 過程など興味のある問題が考えられるが，これからの問題である。

不変トーラスとしてのソリトン

名大・理　野　崎　一　洋

§1.　はじめに

ソリトンは無限自由度の完全可積分なハミルトン系における分離可能な有限自由度に対応しているが，実際の物理系では摂動（例えば高次項）のため一般に可積分性は破れている。ところが，ソリトンが，実際に観測されている事実は，種々の小さな摂動に対するソリトンの安定